11. gyakorlat

2008. május 14.

1. Bizonyítsa be, hogy a következő algoritmus polinom időben meghatároz egy olyan lefogó ponthalmazt egy tetszőleges irányítatlan G gráfban, melynek mérete legfeljebb kétszerese egy, a G-ben levő, minimális elemszámú lefogó ponthalmazénak! (Azaz lássa be, hogy ez egy 2-közelítő algoritmus.) Algo: keressünk tovább nem bővíthető független élhalmazt G-ben és válasszuk az ezen élek által lefedett pontokat.

2. Van n fájlunk, az i-edik fájl hosszát jelölje h_i. Tegyük fel, hogy a fájlok a hosszuk szerint nem csökkenő sorrendben követik egymást, azaz $0 < h_1 \leq h_2 \leq \cdots \leq h_n$. Mentéskor két egyforma méretű lemez áll rendelkezésünkre. A mentésnek sorban kell történnie, előbb az első fájlról kell megmondani, melyik lemezre kerüljön, azután a másodikról, stb. (Fájlokat szétvágni nem szabad, minden fájl teljes egészében kerül az egyik vagy a másik lemezre.) Amikor a soron következő fájl már egyik lemezre se fér rá, akkor abbahagyjuk az eljárást. Egy ilyen eljárás optimális, ha a lehető legtöbb fájlt lehet segítségével kimenteni.

   Mutassa meg, hogy az a mohó eljárás, amikor a következő fájlt oda tesszük, ahol több hely van, nem feltétlenül optimális. Legfeljebb hány fájllal fogunk kevesebbet kimenteni ezzel a mohó eljárással az optimális (szintén sorrendben mentő) megoldáshoz képest?

3. A ládapakolás feladatban tudjuk hogy az érkező tárgyak mérete kisebb mint $1/k$, ahol $k \geq 3$ egész szám. Adjon polinom idejű algoritmust, ami legfeljebb $\frac{k}{k-1}\,\mathrm{OPT} + 1$ darab ládát használ, amikor a legjobb pakolás OPT darab ládát igényel.

4. Éllistájával adott egy n csúcsú, e élű egyszerű, irányítatlan G gráf. Tudjuk, hogy G-ben van $K > n/2$ elemszámú független ponthalmaz. Adjon algoritmust, ami $O(n + e)$ lépésben talál egy $2K - n$ méretű független ponthalmazt G-ben.
   (Segítség: használjuk fel az 1. feladat algoritmusát és eredményét.)