Algoritmusok elmélete
4. gyakorlat

2008. március 7.

1. (a) Építsen kupacot az órán tanult lineáris idejű módszerrel az alábbi tömbből: $31, 6, 50, 7, 2, 51$.
   (b) Szúrja be az így kapott tömbbe az 1, majd ezután az 5 számot.
   (c) Hajtson végre két egymást követő MINTÖR-t az így kapott kupacon.

2. Rendezze az $7, 3, 12, 1, 5, 4$ tömböt (a) buborékrendezéssel, (b) beszúrásos rendezéssel, (c) összefésüléses rendezéssel.

3. Egy csupa különböző egészekből álló sorozat *bitonikus*, ha először nő, utána pedig fogy, vagy fordítva: először fogy, utána nő. Például az $(1, 3, 7, 21, 12, 9, 5)$, $(9, 7, 5, 4, 6, 8)$ és $(1, 2, 3, 4, 5)$ sorozatok bitonikusak. Adjunk $O(n)$ összehasonlítást használó rendező algoritmust n elemű bitonikus sorozatok rendezésére!

4. Adjunk hatékony algoritmust egy kupac tizedik legkisebb elemének a megtalálására. Elemezzük a módszer költségét.

5. Az n méretű (nem feltétlenül rendezett) A tömb elemei különböző pozitív egész számok. Adjon algoritmust, amely meghatároz egy $1 \leq k \leq n$ számot és kiválaszt k különböző elemet az A tömbből úgy, hogy a kiválasztott elemek összege nem több mint k^3. Ha nincs ilyen k, akkor az algoritmus jelezze ezt a tényt. Az algoritmus lépésszáma legyen $O(n \log n)$. (Két szám összehasonlítása, összeadása vagy szorzása egy lépésnek számít.)

6. Igazoljuk, hogy egy n elemből álló bináris kupac felépítése $\Omega(n)$ összehasonlítást igényel!

7. A kezdetben üres kupacba egyenként szúrunk be n elemet. Igazolja, hogy előfordulhat, hogy a beszúrások során végzett összehasonlítások száma $\Omega(n \log n)$.

8. A (növekvően) rendezett $A[1 : n]$ tömb k darab elemét valaki megváltoztatta. A változtatások helyeit nem ismerjük. Javasoljunk $O(n+k \log k)$ uniform költségű algoritmust az így módosított tömb rendezésére!

Gyakorló

9. Rendezze az $11, 3, 27, 2, 5, 1, 4, 8$ tömböt (a) buborékrendezéssel, (b) kupacos rendezéssel, (c) összefésüléses rendezéssel, (d) beszúrásos rendezéssel.

10. (a) Építsen kupacot az órán tanult lineáris idejű módszerrel az alábbi tömbből: $4, 3, 5, 21, 2, 7, 12, 6$.
    (b) Szúrja be az így kapott tömbbe az 1 számot.
    (c) Hajtson végre két egymást követő MINTÖR-t az így kapott kupacon.

11. Adott n különböző elem, ezek közül keressük a kicsiket. A beszúrásos, az összefésüléses, illetve a kupacos rendezést a szokásos módon futtatva nagyságrendileg hány összehasonlítást végzünk, amíg megtudjuk, hogy melyik az első k darab legkisebb elem?

12. Adott egy egész számokat tartalmazó $A[1..n]$ tömb, amelyben legfeljebb n elempár áll inverzióban egymással (két elem akkor áll inverzióban, ha a nagyobb megelőzi a kisebbet). Igaz-e, hogy a buborék-rendezés rendezi az A tömböt
    a) legfeljebb n összehasonlítással?
    b) legfeljebb n cserével?

13. Az $A[1 : n]$ tömb piros és zöld elemeket tartalmaz. Szeretnénk átrendezni úgy, hogy az egyszínű elemek folytonosan helyezkedjenek el (elöl az összes piros, utána a zöldek vagy fordítva). Egy megengedett *lépés* két szomszédos tömbelem cseréje. Javasoljunk konstans szorzó erejéig optimális lépésszámú algoritmust.