

Algoritmusok elmélete

5. gyakorlat

2008. március 12.

1. Rendezzük a következő láncokat a radix rendezés segítségével: abc , acb , bca , bbc , acc , bac , baa .
2. Legyen adott egy egészekből álló $A[1 : n]$ tömb valamint egy b egész szám. Szeretnénk hatékonyan eldönteni, hogy van-e két olyan $i, j \in \{1, \dots, n\}$ index, melyekre $A[i] + A[j] = b$. Oldjuk meg ezt a feladatot $O(n \log n)$ időben!
3. Az $A[1 \dots n]$ tömbben egész számokat tárolunk, ugyanaz a szám többször is szerepelhet. Határozzuk meg $O(n \log n)$ lépésben a leggyakoribb számokat, vagyis azokat, amelyeknél többször semelyik másik szám sem fordul elő a tömbben.
4. Hány összehasonlítással lehet megtalálni n elem közül a legkisebbet?
5. Adott egy dobozban n különböző méretű anyacsavar, valamint egy másik dobozban a hozzájuk illő apacsavarok. Kizárólag a következő összehasonlítási lehetőségünk van: Egy apacsavarhoz hozzápróbálunk egy anyacsavart. A próbának háromféle kimenete lehet: $\text{apa} < \text{anya}$, $\text{apa} = \text{anya}$, vagy $\text{apa} > \text{anya}$; annak megfelelően, hogy az apacsavar külső átmérője hogyan viszonyul az anyacsavar belső átmérőjéhez. Szeretnénk az anyacsavarokhoz megtalálni a megfelelő apacsavarokat. Adjunk erre a feladatra **átlagosan** $O(n \log n)$ összehasonlítást felhasználó módszert!
6. Igazoljuk, hogy egy n elemből álló bináris kupac felépítése $\Omega(n)$ összehasonlítást igényel!

Gyakorló

7. Adott az $A[1 : n]$ csupa különböző egész számot növekvő sorrendben tartalmazó tömb. (A tömbben negatív számok is lehetnek!) Adjunk hatékony algoritmust egy olyan i index meghatározására, melyre $A[i] = i$ (feltéve, hogy van ilyen i): igyekezzünk minél kevesebb elem megvizsgálásával megoldani a feladatot!
8. Adott egy $n \times n$ -es mátrix. Adj $O(n^2 \log n)$ összehasonlítást használó algoritmust, amely eldönti, van-e két olyan sor, amelyeknek az első oszlopbeli elemei különböznek, viszont az összes többi oszlopban megegyeznek!
9. Vázoljunk egy $O(n)$ időigényű algoritmust (az időkorlát bizonyításával együtt) n olyan egész számból álló sorozat rendezésére, melynek elemei az
 - (a) $\{1, \dots, 3n\}$ tartományba esnek!
 - (b) $\{1, \dots, n^7 - 1\}$ tartományba esnek!
10. A 4 elemű I abc felett adott két szó: $x = x_1 x_2 \dots x_n$ és $y = y_1 y_2 \dots y_k$, ahol $1 \leq k \leq n$ és $x_i, y_j \in I$. Keressük az x szóban az olyan részsavakat, amelyek anagrammái y -nak, azaz az olyan i indexeket, hogy az $x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k-1}$ betűk megfelelő sorrendbe rakva az y szót adják. Adjon algoritmust, ami x -ben az összes ilyen i helyet $O(n)$ lépésben meghatározza.