6. gyakorlat

Dijkstra algoritmusa éllistásan; bináris keresés; beszúrásos és összefésüléses rendezés

1. Rendezze az $7, 3, 12, 1, 5, 4$ tömböt (a) beszúrásos rendezéssel és (b) összefésüléses rendezéssel.

---

2. A valós számokból álló $a_1, \ldots, a_n$ sorozat olyan, hogy az $a_1^2, a_2^2, \ldots, a_n^2$ sorozat egy darabig nő, utána csökken. Adjon $O(n)$ összehasonlítást használó algoritmust, ami rendezi az $a_1, \ldots, a_n$ sorozatot. (ZH 2007. ápr. 27.)

3. Legyen adott egy csupa különböző egész számot tároló n elemű A tömb, és egy $1 \leq k \leq n$ szám. A k darab legkisebb abszolút értékű tömbbeli elemet akarjuk meghatározni. Ha több megoldás is van, elég csak egy ilyen k-ast megadni. Adjon algoritmust, ami meghatároz k darab ilyen értéket és a lépésszáma $k \leq \lfloor \log n \rfloor$ esetben $O(n)$. (ZH 2007. máj. 22.)

4. Vidéken autózunk, ahol benzinkút csak bizonyos falvakban van. Az A falubeli benzinkúttól indulunk és a B faluba akarunk elérni (ahol szintén van benzinkút). A falvak közötti utakat egy n csúcsú e élű, összefüggő, irányítatlan gráf írja le, melynek csúcsai a falvak, az élek pedig a falvak közötti utakat jelentik, egy él súlya a két falut összekötő útszakasz hossza. A gráf az éllistájával adott, és ezen kívül adott még az a k falu, amelyben van benzinkút. Adjon $O(ke \log n)$ lépésszámú algoritmust, amely meghatározza az A-ból B-be vivő legrövidebb olyan útvonalat, melynek során soha nem kell 600 kilométernél többet autóznunk két benzinkút között. (ZH 2006. ápr. 7.)

5. Legyen adott egy egészekből álló $A[1:n]$ tömb valamint egy b egész szám. Szeretnénk hatékonyan eldönteni, hogy van-e két olyan $i, j \in \{1, \ldots, n\}$ index, melyekre $A[i] + A[j] = b$. Oldjuk meg ezt a feladatot $O(n \log n)$ időben!

6. Az n méretű (nem feltétlenül rendezett) A tömb elemei különböző pozitív egész számok. Adjon algoritmust, amely meghatároz egy $1 \leq k \leq n$ számot és kiválaszt k különböző elemet az A tömbből úgy, hogy a kiválasztott elemek összege nem több mint k^3. Ha nincs ilyen k, akkor az algoritmus jelezze ezt a tényt. Az algoritmus lépésszáma legyen $O(n \log n)$. (Két szám összehasonlítása, összeadása vagy szorzása egy lépésnek számít.) (ZH 2004. jún. 10.)

---

7. Adott az $A[1:n]$ csupa különböző egész számot növekvő sorrendben tartalmazó tömb. (A tömbben negatív számok is lehetnek!) Adjunk hatékony algoritmust egy olyan i index meghatározására, melyre $A[i] = i$ (feltéve, hogy van ilyen i): igyekezzünk minél kevesebb elem megvizsgálásával megoldani a feladatot!

8. A (növekvően) rendezett $A[1:n]$ tömb k darab elemét valaki megváltoztatta. A változtatások helyeit nem ismerjük. Javasoljunk $O(n + k \log k)$ uniform költségű algoritmust az így módosított tömb rendezésére!

9. Rendezze az $11, 3, 27, 2, 5, 1, 4, 8$ tömböt (a) összefésüléses rendezéssel, (b) beszúrásos rendezéssel.

10. Az $A[1 \ldots n]$ tömbben egész számokat tárolunk, ugyanaz a szám többször is szerepelhet. Határozzuk meg $O(n \log n)$ lépésben az összes olyan számot, amelyik egynél többször fordul elő a tömbben. (ZH 2004. márc. 29.)

11. Adott egy $n \times n$-es mátrix. Adj $O(n^2 \log n)$ összehasonlítást használó algoritmust, amely eldönti, van-e két olyan sor, amelyeknek az első oszlopbeli elemei különböznek, viszont az összes többi oszlopban megegyeznek!(ZH 2002. jún. 25.)