

Algoritmuselmélet vizsga, 2003. december 19.

A feladatokhoz indoklást kérünk. Minden feladat 10 pontot ér, az elégségeshez/aláíráshoz 20 pontot kell elérni.

- Add meg az alábbi, a piros-kék algoritmus leírásában előforduló fogalmak definícióját: takaros színezés, piros szabály, kék szabály.
 - Mutasd meg, hogy Kruskal és Prim algoritmusai miért tekinthetők a piros-kék algoritmus egy-egy változatának.
- Bizonyítsd be, hogy létezik olyan nyelv, ami az R és RE nyelvosztályok közül csak az egyikben van benne. (A diagonális nyelvről tanultakat eközben felhasználhatod.)
- Az L_1 és L_2 nyelvekről tudjuk, hogy $L_1 \in P$ és $L_2 \in PSPACE$. Igaz-e, hogy
 - $L_1 \cap L_2 \in R$?
 - $L_1 \cap L_2 \in PSPACE$?
 - $L_1 \cap L_2 \in EXPTIME$?
- Az A és a B két n elemű tömb, melyek rendezetten tartalmazzák az elemeiket és tudjuk, hogy a két tömbben tárolt $2n$ elem mind különböző. Adj olyan $O(\log^2 n)$ lépésszámú algoritmust, ami megtalálja a $2n$ tárolt elem közül az n -edik legkisebbet, vagyis azt, amelyiknél $n - 1$ kisebb van.
- Éllyistával adott egy G irányított, irányított-kör mentes gráf, melynek éleihez egész súlyok vannak rendelve. G -ben kettő kijelölt csúcs, s és t kivételével minden csúcs színes: vannak zöld és sárga csúcsok (egy csúcsnak csak egyfajta színe van). Adj $O(n + e)$ lépésszámú algoritmust, ami meghatározza azon legkisebb súlyú út súlyát, mely s -ből t -be vezet és melyen van zöld és sárga csúcs is. (Az út súlya az úton levő élek súlyainak összege.)
- P -beli vagy NP -teljes az alábbi nyelv?

$$\{ G \mid G \text{ } 2n \text{ csúcsú gráf, mely színezhető } n \text{ színnel} \}$$