

Algoritmelmélet vizsga, 2004. január 6.

A feladatokhoz indoklást kérünk. Minden feladat 10 pontot ér, az elégségeshez/aláíráshoz 20 pontot kell elérni.

- (a) Add meg az alábbi nyelvosztályok definícióját: R , P , $EXPTIME$ és $PSPACE$. (A $TIME(t(n))$ és $SPACE(s(n))$ osztályokat nem kell definiálnod, ezeket felhasználhatod.)
(b) Add meg az R , P , $EXPTIME$ és $PSPACE$ nyelvosztályok között fennálló tartalmazásokat. (Bizonyítani nem kell.)
- Bizonyítsd be, hogy egy n csúcsból álló AVL -fa szintszáma $O(\log n)$. A bizonyítás során az AVL -fáról csak a definíciót használhatod fel.
- Egy vizsga m darab feladatból áll, ezekkel p_1, p_2, \dots, p_m pontot lehet szerezni egyenként (az i -edikkel p_i -t). Tudjuk, hogy az egyes feladatok tökéletes megoldásához k_1, k_2, \dots, k_m percre van szükségünk (az i -edikhez kell k_i perc). A vizsga összesen T percből áll, a jeleshez I pontot kell elérni, és egy feladatra vagy a teljes pontot megkapjuk, ha a megoldás tökéletes vagy semmit se kapunk, ha a megoldás nem tökéletes. P -ben van-e vagy NP -teljes-e az a nyelv, amely azon $(p_1, p_2, \dots, p_m, k_1, k_2, \dots, k_m, T, I)$ egész számokból álló $2m + 2$ hosszú számsorozatokot tartalmazza, amelyekhez tartozó vizsgán el tudjuk érni a jeleshez szükséges ponthatárt?
- Adott egy n elemű (nem feltétlenül rendezett) tömb. Adj $O(n)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy a tömbben szereplő számok egy számtani sorozat egymást követő n elemét alkotják-e. (Azaz azt kell eldöntenünk, hogy van-e olyan a és d szám, hogy a tömbben éppen az $a, a + d, a + 2d, \dots, a + (n - 1)d$ számok szerepelnek valamilyen sorrendben.)
- Tudjuk, hogy az $L \subseteq \{0, 1\}^*$ nyelv rekurzívan felsorolható. Igaz-e, hogy az L -ből képezett alábbi $L^\%$ nyelv is rekurzívan felsorolható?

$$L^\% = \{u^* \in \{0, 1\}^* \mid u \in L\}$$

(Vagyis $L^\%$ -ba azon $\{0, 1\}^*$ -beli szavak tartoznak, melyek valamely L -beli szó néhányszori megismétlésével kaphatóak. Például ha $L = \{00, 111\}$, akkor $L^\%$ a páros hosszú 0-sorozatokat és a hárommal osztható hosszú 1-sorozatokat tartalmazza.)

- Éllistával adott egy irányítatlan fa, melynek minden pontjához egy pozitív egész súly van rendelve. Adjunk $O(n)$ lépésszámú algoritmust, ami megkeres a fában egy maximális súlyú független ponthalmazt. (Egy ponthalmaz független, ha semelyik két eleme nincs összekötve, az ilyen ponthalmazok közül keresünk egy olyat, melyre a beletartozó pontok súlyainak összege maximális.)