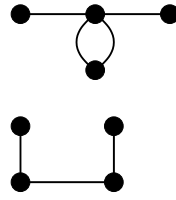
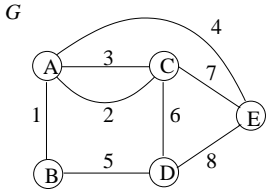
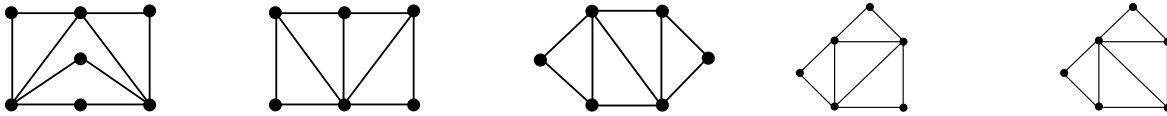


12. gyakorlat  
Dualitás, gyakorlók a 2. zhra

1. Mi a duálisa a  $G$  gráfnak? Hány csúcsa és hány éle van a duális gráfnak? Keressük meg a  $B, D$  pontokat elvágó minimális vágást  $G$ -ben! Minek felel ez meg  $G^*$ -ban?



3. Egy nemzetközi konferencián egy asztalnál öt különböző ország egy-egy képviselője ül. Bizonyítsuk be, hogy van köztük kettő, akiknek az országa nem szomszédos (közös határszakasz mentén)!
4. Keress gyengén izomorfakat az alábbi gráfok között!



5. Mutassuk meg, hogy fennáll az alábbi egyenlőség:

$$\begin{pmatrix} 100 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 90 \\ 30 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 90 \\ 29 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 90 \\ 28 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 90 \\ 20 \end{pmatrix}$$

6. Oldjuk meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán és az eredményt adjuk meg algebrai alakban!

$$(2i + 3)z^3 + 3i = 2$$

7. Az alábbi  $A$  mátrixról tudjuk, hogy a

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ vektor sajátvektora.}$$

- (a) Határozzuk meg a  $p$  paraméter értékét!  
(b) Határozzuk meg  $A$  összes sajátértékét!

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & p \end{pmatrix}$$

8. Legyen  $V = \mathbb{R}^2$  a síkvektorok szokásos vektortere és legyen  $\mathcal{A} : V \rightarrow V$  egy lineáris transzformáció. Az  $\mathcal{A}$  mátrixa a  $\underline{b}_1 = (1, 1)$  és  $\underline{b}_2 = (1, -1)$  vektorokból álló bázisban felírva az alábbi:

$$\begin{pmatrix} 1 & x \\ y & 1 \end{pmatrix}$$

Határozzuk meg  $x$  és  $y$  értékét, ha tudjuk, hogy  $(3, 1) \in \text{Ker } \mathcal{A}$ .

9. Határozzuk meg a  $z$  komplex számot, ha  $z^n = 1$  és  $z^m = z + 2$  teljesül valamely  $n$  és  $m$  pozitív egészekre.
10. Gondolatban írjuk fel növekvő sorrendben az összes olyan hatjegyű számot, amelyben az 1, 2, 3, 4, 5 és 6 számjegyek szerepelnek és minden számjegy éppen egyszer. Hányadik ebben a sorban az 512364?

11. Van-e olyan egyszerű síkbarajzolt gráf, aminek fele annyi csúcsa van, mint a duálisának?
12. (a) Rajzoltam egy tíz csúcsú fát, de elveszítettem. Rajzold le a duálisát!  
(b) Bizonyítsd be, hogy tetszőleges két  $n$  csúcsú fa gyengén izomorf.
13. Rajzolj két gyengén izomorf gráfot, amelyekre teljesül, hogy az egyikben a legnagyobb fokú pont foka legalább 100-zal nagyobb, mint a másikban.