

## 14. gyakorlat Számosságok

1. Mi a számossága az alábbi halmazoknak?
  - (a) azon síkvektorok halmaza, amelyeknek mindkét koordinátája pozitív egész szám;
  - (b) azon térbeli vektorok halmaza, amelyeknek mindhárom koordinátája egész szám;
  - (c) azon  $\mathbb{R}^4$ -beli vektorok halmaza, amelyeknek mind a négy koordinátája pozitív racionális szám;
  - (d) azon  $\mathbb{R}^5$ -beli vektorok halmaza, amelyeknek mind az öt koordinátája racionális szám;
  - (e) azon (tetszőleges magasságú) oszlopvektorok halmaza, amelyeknek minden koordinátája racionális szám;
  - (f) a sík összes pontjainak halmaza;
  - (g) a tér összes pontjainak halmaza.
2. Adjuk meg a következő halmazok számosságát:
  - (a) A természetes számok véges részhalmazai.
  - (b) Azok az  $1, a_1, a_2, \dots$  sorozatok, melyekben a szomszédos elemek hányadosa  $1/2$  vagy  $2$ .
  - (c) Azok az  $x$ -ből és  $y$ -ből álló sorozatok, melyekben csak véges sok  $y$  fordul elő.
  - (d) Azon síkbeli háromszögek, melyeknek minden koordinátája egész szám.
  - (e) Azon síkbeli háromszögek, melyeknek a területe egész szám.
  - (f) A síkon egy háromszög belső pontjai.
3. Mi a számossága a valós számok alábbi részhalmazainak?
  - (a) az  $\{a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Q}\}$  alakú valós számok halmaza;
  - (b) az olyan  $0$ -nál nagyobb és  $1$ -nél kisebb valós számok halmaza, amelyeknek tizedestört alakjában csak  $1$ -es és  $2$ -es számjegy fordul elő;
  - (c) az irracionális számok halmaza.
4. A  $H$  halmaz álljon a komplex egységgyökökből. ( $H$  tehát minden  $n \geq 1$  egész számra az összes  $n$ -edik egységgyököt tartalmazza.) Határozzuk meg  $H$  számosságát! (ZH, 2002. december 20.)