

14. gyakorlat Számosságok

1. Mi a számossága az alábbi halmazoknak?
 - (a) azon síkvektorok halmaza, amelyeknek mindkét koordinátája pozitív egész szám;
 - (b) azon térbeli vektorok halmaza, amelyeknek mindhárom koordinátája egész szám;
 - (c) azon \mathbb{R}^4 -beli vektorok halmaza, amelyeknek mind a négy koordinátája pozitív racionális szám;
 - (d) azon \mathbb{R}^5 -beli vektorok halmaza, amelyeknek mind az öt koordinátája racionális szám;
 - (e) azon (tetszőleges magasságú) oszlopvektorok halmaza, amelyeknek minden koordinátája racionális szám;
 - (f) a sík összes pontjainak halmaza,
 - (g) a tér összes pontjainak halmaza.
2. Adjuk meg a következő halmazok számosságát:
 - (a) A természetes számok véges részhalmazai.
 - (b) Azok az $1, a_1, a_2, \dots$ sorozatok, melyekben a szomszédos elemek hányadosa $1/2$ vagy 2 .
 - (c) Azok az x -ből és y -ből álló sorozatok, melyekben csak véges sok y fordul elő.
 - (d) Azon síkbeli háromszögek, melyeknek minden koordinátája egész szám.
 - (e) Azon síkbeli háromszögek, melyeknek a területe egész szám.
 - (f) A síkon egy háromszög belső pontjai.
3. Mi a számossága a valós számok alábbi részhalmazainak?
 - (a) az $\{a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Q}\}$ alakú valós számok halmaza;
 - (b) az olyan 0 -nál nagyobb és 1 -nél kisebb valós számok halmaza, amelyeknek tizedestört alakjában csak 1 -es és 2 -es számjegy fordul elő;
 - (c) az irracionális számok halmaza.
4. A H halmaz álljon a komplex egységgyökökből. (H tehát minden $n \geq 1$ egész számra az összes n -edik egységgyököt tartalmazza.) Határozzuk meg H számosságát! (ZH, 2002. december 20.)