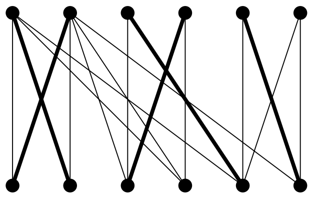
Csima Judit
csima@cs.bme.hu

4. gyakorlat
Görög betűk, párosítások

1. Mennyi $\nu(G)$, $\alpha(G)$, $\tau(G)$, $\rho(G)$ értéke a K_n teljes gráf és a $K_{n,m}$ teljes páros gráf esetén?

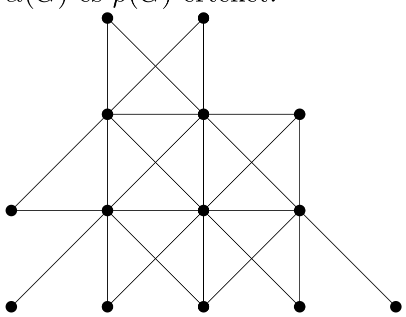
2. Maximális párosítást alkotnak-e az alábbi páros gráfban a vastag élek? Ha igen, bizonyítsa be, hogy maximális a párosítás! Ha nem, akkor adjon meg egy javítóutat!



3. Egy kiránduláson n házaspár vesz részt. El kellene osztani közöttük $2n$ különböző fajta csokit úgy, hogy mindenki egyet-egyet kapjon. Tudjuk, hogy mindenki legalább n fajtát szeret a csokik közül. Továbbá minden emberre teljesül, hogy ha ő valamelyik fajta csokit nem szereti, akkor a házastársa ezt a fajtát biztosan szeretni fogja. Bizonyítsd be, hogy a csokik szétoszthatók úgy, hogy mindenki olyat kapjon, amit szeret! (ZH, 1999. május 19.)

---

4. Határozd meg az alábbi gráfban $\nu(G)$, $\tau(G)$, $\alpha(G)$ és $\rho(G)$ értékét!



5. Egy vállalatnál hét pályázó jelentkezett hat üres munkahelyre (számozzuk ezeket 1-től 6-ig), egy ember több helyre is: Aladár az 1-es; Béla az 1, 3-as; Csaba a 2, 4, 6-os; Dani a 2, 5-ös; Erzsi a 3, 4, 5, 6-os; Feri az 1, 3-as; Géza a 3-as munkahelyre.
(a) Döntsd el, hogy betölthető-e mind a hat munkahely (egy ember csak egy helyre kerülhet)! Ha nem, akkor hány tölthető be?
(b) Változtat-e valamin, ha Feri meggondolja magát és a 2-es munkahelyet is hajlandó elfogadni?

6. Bizonyítsd be, hogy ha G egyszerű gráf, akkor $\tau(G) \leq 2\nu(G)$ teljesül!

7. Legyen G egy $2n$ pontú gráf, mely egy $2n-1$ pontú L útból és egy c pontból áll, ami L minden pontjával össze van kötve. Mennyi $\tau(G)$?

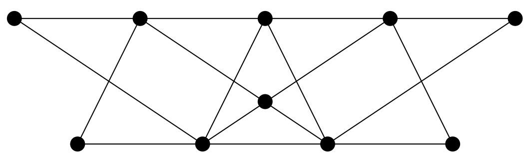
8. Mutassuk meg, hogy egy n pontú, egyszerű G gráfban $\chi(G) \geq \frac{n}{\alpha(G)}$.

---

9. Legyen G egy egyszerű, összefüggő, páros gráf, amelynek mindkét pontosztályában n pont van. Az egyik osztályban minden pont foka különböző. Bizonyítsuk be, hogy G-ben van teljes párosítás!

10. Legyen G egy 100 csúcsú, egyszerű síkgráf komplementere. Mutassuk meg, hogy $\tau(G) \geq 96$.

11. Határozd meg az alábbi gráfban $\nu(G)$, $\tau(G)$, $\alpha(G)$ és $\rho(G)$ értékét!



12. Legyen a H gráf csúcshalmaza $V = \{1, 2, \ldots, 2001\}$, és az $i, j \in V$ csúcsok között pontosan akkor menjen él, ha az $i + j$ szám 3-mal osztva 1 maradékot ad. Határozzuk meg a következő értékeket: $\nu(H)$, $\varrho(H)$, $\tau(H)$, $\alpha(H)$. (ZH, 2001. március 29.)

13. Egy $2n$ pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább n. Bizonyítsuk be, hogy ekkor van benne teljes párosítás!

14. Egy szigeten n törzs él, földműveléssel és vadászattal foglalkoznak. Belvillongások miatt a Földművelésügyi minisztérium felosztja a szigetet n egyenlő parcellára, hogy minden törzs egyet-egyet kapjon. Ugyanezt teszi a Vadászati Minisztérium is, nem tudva a már létező felosztásról. Így minden törzs kap egy parcellát földművelés, egyet pedig vadászat céljából. Bizonyítsd be, hogy a parcellák kioszthatók úgy, hogy minden törzs földművelési és vadászati parcellájának legyen közös része!