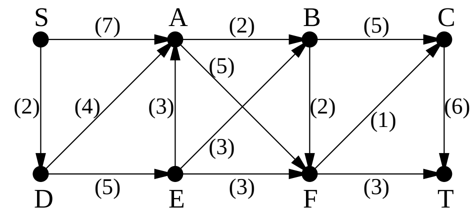
5. gyakorlat
Tutte-tétel és sok-sok folyam

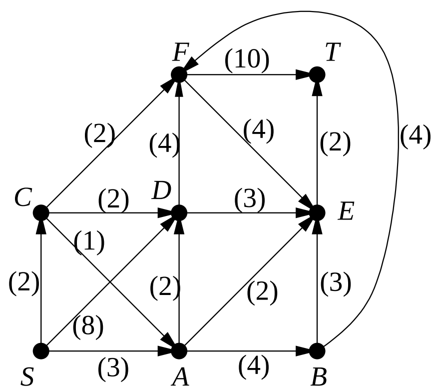
1. Egy 36 pontú gráfból töröltünk 3 pontot és a kapott gráf hét összefüggő részre esett szét. A komponensek között 5 darab 5 pontú és 2 darab 4 pontú található. Lehetett-e G-nek teljes párosítása?
És ha 4 darab 6 pontú és 3 darab 3 pontú részre esett volna szét?

2. Keress az ábrán látható hálózatban maximális folyamot és adj meg egy minimális vágást is!



---

3. Adjunk meg az alábbi hálózatban egy maximális folyamot (S-ből T-be) és bizonyítsuk is be róla, hogy maximális!
(ZH, 2003. március 27.)

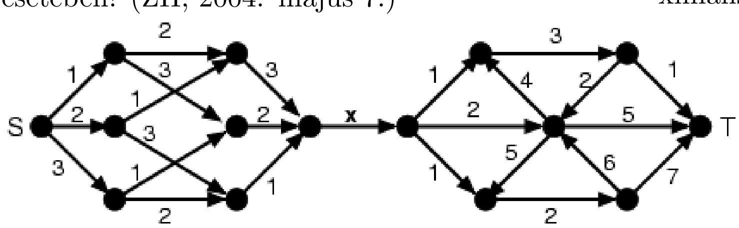


4. (a) Bizonyítsd be, hogy ha minden él kapacitása páros szám, akkor a maximális folyam értéke is páros szám!
(b) Igaz-e a fenti feltételek mellett, hogy van olyan maximális folyam, amiben minden élen a folyamérték páros szám?
(c) Igaz-e, hogy ha minden él kapacitása páratlan szám, akkor van olyan maximális folyam, amiben minden élen a folyamérték páratlan szám?

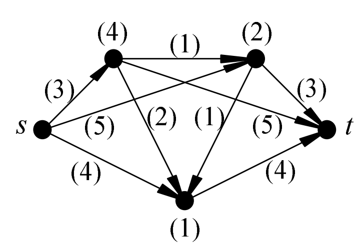
5. Egy kisváros úthálózata csupa egyirányú utcából áll. A polgármester minden hétköznap reggel autóval megy otthonról a városházára. A fejébe veszi, hogy úgy szeretné ezt megtenni, hogy minden utcán egy hét alatt legföljebb egyszer menjen végig (a hazafelé utak és a hétvégék nem számítanak).
(a) Adj meg olyan algoritmust, amely a kisváros térképe alapján eldönti, hogy ez megtehető-e!
(b) Oldd meg a feladatot arra az esetre is, ha a kisvárosban kétirányú utcák is vannak!

---

6. Határozzuk meg az alábbi hálózatban az S-ből T-be vezető maximális folyam értékét tetszőleges $\boxed{\textbf{!! nemnegatív valós } x \textbf{ !!}}$ esetében! (ZH, 2004. május 7.)



7. Az alábbi hálózatban a pontoknak is van kapacitása. Vezesd vissza a problémát az eredeti hálózati folyamproblémára, majd keress maximális folyamot és minimális vágást!



8. Legyenek egy gráf pontjai a 3 hosszúságú 0–1 sorozatok. Vezessen egy irányított él a-ból b-be, ha a-ban kevesebb 1-es van, mint b-ben, és legyen egy ilyen él kapacitása az egyesek számának különbsége. Határozzuk meg a maximális folyam értékét $s = (0, 0, 0)$ és $t = (1, 1, 1)$ között! (ZH, 2001. május 17.)