

1. Oldd meg az alábbi lineáris kongruenciákat!

(a) $5x \equiv 2 \pmod{11}$ (11) (b) $26x \equiv 16 \pmod{34}$ (34) (c) $104x \equiv 74 \pmod{60}$ (60) (d) $40x \equiv 28 \pmod{62}$ (62)
2. Milyen maradékot ad

(a) 50^{50} 11-gyel osztva; (b) $99!$ 101-gyel osztva; (c) 2^{100} 45-tel osztva; (d) $11^{11^{11}}$ 7-tel osztva?
3. (a) Egy százlábú meg akarja számolni a lábait. Azt tudja biológiából, hogy minden százlábúnak legfőljebb 344 lába van. Ha 13-asával számolja a lábait, akkor 3 marad ki, ha 17-esével számolja, akkor viszont 10 marad ki. Hánylábú a százlábú?
 (b) Egy másik százlábú is megirigyli ezt a módszert. Neki 16-osával számolva 5 marad ki, 20-asával számolva pedig 15 marad ki. Bizonyítsd be, hogy elszámolta magát!
 (c) A százlábúak királyához is eljut a módszer. Neki 6-osával számolva 5 marad ki, 7-esével számolva 6, 8-asával számolva pedig 7. Neki hány lába van?
4. Milyen maradékot adhat egy egész szám 92-vel osztva, ha az 54-szerese 24 maradékot ad 92-vel osztva? (ZH, 2003. április 30.)
5. Bizonyítsuk be, hogy $\phi(n^3) = n^2 \cdot \phi(n)$

6. Mi az utolsó két számjegye az alábbi számoknak?

(a) 303^{404} (c) $17^{17^{17}} - 17^{17} + 17$ (ZH, 2003. május 22.)
 (b) $49^{49^{50}}$ (d) $99! + 1$
7. (a) Milyen számok állíthatók elő $20x + 51y$ alakban, ahol x és y egész számok?
 (b) Milyen számok állíthatók elő $170x + 51y$ alakban, ahol x és y egész számok?
 (c) Milyen számok állíthatók elő $21x + 33y + 77z$ alakban, ahol x , y és z egész számok?
8. Oldd meg az alábbi lineáris kongruenciákat!

(a) $30x \equiv 48 \pmod{58}$ (58) (c) $170x \equiv 78 \pmod{2006}$ (2006) (ZH, 2004. április 29.)
 (b) $39x \equiv 1 \pmod{100}$ (100)
9. Mi az utolsó két számjegye az alábbi számoknak?

(a) 2001^{2007} (b) $99^{77^{55}}$ (c) 51^{151}
10. Mutassuk meg, hogy $61! + 1$ osztható 71-gyel! (ZH, 2002. május 2.)
11. Határozzuk meg az x kétjegyű egész számot, ha tudjuk, hogy $34x + 5$ utolsó két számjegye, valamint $17x + 10$ utolsó két számjegye megegyezik. (ZH, 2005. május 5.)
12. Bizonyítsuk be, hogy ha d osztója n -nek, akkor $d - \varphi(d) \leq n - \varphi(n)$.
13. Egy háromjegyű számról tudjuk, hogy 23-mal osztva 4 maradékot ad, továbbá hogy a szám 16-szorosának utolsó két számjegye 28. Mi ez a szám?
14. Pataki Ferenc fejszámológépművész egyszer a tévében a következő trükköt mutatta be: felkért a közönségből valakit, hogy gondoljon egy háromjegyű számra, szorozza meg 6561-gyel, majd az eredmény utolsó három jegyét közölje. Ebből ő pillanatok alatt kitalálta a gondolt számot. Hogyan csinálta? Utána tudnád-e csinálni, ha használhatsz számológépet, de csak nagyon rövid ideig?